Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Емблема кафедри (за наявності)

Кафедра математичної фізики та диференціальних рівнянь

НАЗВА КУРСУ

ВИЩА МАТЕМАТИКА 2. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ТА ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	***Перший (бакалаврський)***
Галузь знань	*13 Механічна інженерія*
Спеціальність	*131 прикладна механіка*
Освітня програма	*Автоматизовані та роботизовані механічні системи;* *Динаміка і міцність машин;* *Конструювання та дизайн машин;* *Технології виробництва літальних апаратів;* *Технології машинобудування*
Статус дисципліни	*Нормативна*
Форма навчання	*очна(денна)*
Рік підготовки, семестр	*1курс, весняний семестр*
Обсяг дисципліни	*8,5 кредити ЄКТС (255 годин), з них лекції 72 годин, практичні заняття 72 годин, самостійна робота 111 година*
Семестровий контроль/ контрольні заходи	*Екзамен/* *Модульна контрольна робота, Розрахункова робота*
Розклад занять	*Згідно з розкладом на сайті університету* http://rozklad.kpi.ua/
Мова викладання	*Українська*
Інформація про керівника курсу / викладачів	*Лектори та викладачі практичних занять кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь* https://mph.kpi.ua/osobovij-sklad.html
Розміщення курсу	*Визначається лектором відповідної частини курсу (посилання на дистанційний ресурс в Moodle, Google classroom, інформаційні ресурси в бібліотеці університету та на сайті кафедри, тощо)та доводиться до відома студентів на першому занятті*

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Навчальна дисципліна «Вища математика 2. Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння» є другою частиною обов'язкової компоненти «Вища математика», що входить до циклу професійної підготовки бакалаврів відповідної освітньо-професійної програми за спеціальністю «131 Прикладна механіка».

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здібностей до володіння основними поняттями та методами теорії інтегрального числення функції однієї змінної, диференціального та інтегрального числення функції багатьох змінних, кратних, криволінійних та поверхневих інтегралів, елементів теорії поля, звичайних диференціальних рівнянь; використовувати теоретичний матеріал для розв'язання типових задач з даних тем; застосовувати отримані знання, уміння та навики для розв'язання прикладних задач математики, механіки, фізики та у своїй

повсякденній практичній діяльності; до самостійного використання та вивчення математичної літератури та інших інформаційних джерел.

Завдання навчальної дисципліни полягає у формуванні у студентів наступних здатностей:

згідно матриці відповідності програмних компетентностей

– *загальні компетентності*:

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

– *фахові компетентності*:

ФК1. Здатність до аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

згідно матриці відповідності програмних результатів навчання в освітній програмі

– РН1) вибирати та застосовувати для розв'язання задач прикладної механіки придатні математичні методи;

– **знання:** поняття невизначеного та визначеного інтегралів, їх властивостей та застосування; диференціальне числення функцій багатьох змінних; основні властивості кратних, криволінійних і поверхневих інтегралів та їх застосування; основні поняття теорії поля; основні методи інтегрування звичайних диференціальних рівнянь;

– **уміння:** знаходити невизначені інтеграли, обчислювати визначені інтеграли; знаходити похідні та диференціали функції багатьох змінних та використовувати їх для розв'язування практичних завдань; обчислювати подвійні, потрійні, криволінійні і поверхневі інтеграли та застосовувати їх до задач геометрії та механіки; виконувати операції знаходження основних характеристик поля та використовувати їх при розгляді прикладних задач; знаходити розв'язки диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь.

– **досвід:** навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками та іншою навчальною літературою; вміти застосовувати набуті знання з математики до розв'язування різноманітних задач.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Навчальна дисципліна «Вища математика 2. Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння» викладається в другому семестрі і є логічним продовженням попередньої частини «Вища математика 1. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної» та забезпечує наступну частину «Вища математика 3. Ряди. Теорія функції комплексної змінної», яка вивчається в третьому семестрі. Дана дисципліна забезпечує такі дисципліні, як «Теоретична механіка», «Інформатика», «Основи конструювання і проектування», «Механіка рідини і газу» згідно структурно-логічної схеми відповідної освітньо-професійної програми.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 3. Інтегральне числення функцій однієї змінної (продовження).

Тема 3.2. Основні методи інтегрування: метод безпосереднього інтегрування, метод внесення під знак диференціала, метод інтегрування частинами, метод заміни змінної.

Тема 3.3. Інтегрування раціональних, ірраціональних і тригонометричних функцій. Інтеграли, що не виражаються через елементарні функції.

Тема 3.4. Задачі, що приводять до визначеного інтеграла. Означення та умови існування визначеного інтеграла. Властивості визначеного інтеграла. Інтеграл із змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Методи обчислення визначених інтегралів (інтегрування частинами; метод заміни змінної). Невласні інтеграли I і II роду.

Тема 3.5. Застосування визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур. Довжина дуги. Об'єм тіла. Площа поверхні обертання. Перша і друга теореми Паппа – Гульдена.

Розділ 4. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

Тема 4.1. Поняття функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних.

Тема 4.2. Частинні похідні та диференційовність функції багатьох змінних. Частинні похідні вищих порядків.
Тема 4.3. Повний диференціал функції багатьох змінних та його застосування до наближених обчислень. Диференціали вищих порядків. Похідна складеної функції. Повна похідна. Інваріантність форми повного диференціала. Диференціювання неявної функції.
Тема 4.4. Дотична площина та нормаль до поверхні. Геометричний зміст диференціала функції двох змінних. Формула Тейлора для функції двох змінних. Локальні екстремуми функції двох змінних. Найбільше і найменше значення функції двох змінних. Умовний екстремум.

Розділ 5. Кратні інтеграли.
Тема 5.1. Означення подвійного інтеграла, умови його існування та властивості. Геометричний та фізичний зміст. Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах.
Тема 5.2. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл у полярних координатах. Застосування подвійного інтеграла до задач геометрії та механіки.
Тема 5.3. Означення потрійного інтеграла, умови його існування та властивості. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах.
Тема 5.4. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндрична та сферична система координат. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній та сферичній системах координат. Застосування потрійного інтеграла до задач геометрії та механіки.

Розділ 6. Криволінійні інтеграли.
Тема 6.1. Поняття криволінійного інтеграла першого роду (по довжині дуги). Обчислення та застосування криволінійних інтегралів першого роду.
Тема 6.2. Поняття криволінійного інтеграла другого роду (по координатах), його фізичний зміст. Обчислення та застосування криволінійних інтегралів другого роду.
Тема 6.3. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Первісна функція.

Розділ 7. Поверхневі інтеграли.
Тема 7.1. Поверхневі інтеграли першого роду: означення, умови існування, обчислення. Деякі застосування поверхневого інтеграла першого роду.
Тема 7.2. Поверхневі інтеграли другого роду: означення, умови існування, властивості, обчислення. Зв'язок між поверхневими інтегралами першого і другого роду.
Тема 7.3. Формула Остроградського – Гауса. Формула Стокса. Деякі застосування поверхневого інтеграла другого роду.

Розділ 8. Елементи теорії поля.
Тема 8.1. Основні поняття теорії поля: скалярне, векторне, стаціонарне, плоске поле. Приклади та знаходження різних полів.
Скалярне поле. Поверхні та лінії рівня. Похідна за напрямком. Градієнт скалярного поля та його властивості.
Тема 8.2. Векторне поле. Векторні лінії поля. Потік векторного поля. Поняття дивергенції векторного поля.
Тема 8.3. Поняття циркуляції та ротора векторного поля. Теорема Остроградського-Гауса. Теорема Стокса. Векторне формулювання цих теорем.
Тема 8.4. Оператор Гамільтона. Диференціальні операції першого порядку. Правила дій. Інтегральні формули. Диференціальні операції другого порядку.
Спеціальні типи полів та їх властивості. Потенціальні поля. Соленоїдальні поля. Гармонічні поля.

Розділ 9. Диференціальні рівняння першого порядку.
Тема 9.1. Загальні поняття та означення. Задача Коші. Геометричний зміст диференціального рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння.
Тема 9.2. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння, які зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі.

Розділ 10. Диференціальні рівняння вищих порядків.
Тема 10.1. Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.

Тема 10.2. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку. Лінійно залежні та незалежні системи функцій. Визначник Вронського. Поняття фундаментальної системи розв'язків. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння $n-$го порядку.
Тема 10.3. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами. Характерестичне рівняння. Загальний розв'язок. Лінійні однорідні диференціальні рівняння $n-$го порядку із сталими коефіцієнтами.
Тема 10.4. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння. Метод варіації довільних сталих (метод Лагранжа).
Тема 10.5. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння $n-$го порядку із сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.
Тема 10.6. Системи диференціальних рівнянь: основні поняття та означення. Нормальні системи рівнянь. Системи лінійних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Рекомендована література

Базова

1. Герасимчук В.С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: У 3 ч.: Навч. посіб. / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов – К.: Книги України ЛТД, 2010. – Ч. 2. – 470 с.
2. Дубовик В. П. Вища математика. Навчальний посібник. / В. П.Дубовик, І. І. Юрик– Киев: Либідь, 2006. – 648 с.
3. Журавська Г.В. Методичні вказівки та варіанти типово-розрахункових робіт. Кратні інтеграли/ Уклад.: Г. В. Журавська, І. М. Копась, Г. М. Кулик, Н. В. Рева, Н. В. Степаненко 88 с.–К.: НТУУ«КПІ», 2015.(електронне навчальне видання) - Режим доступу: http://ela.kpi.ua/handle/123456789/27852
4. Журавська Г.В. Методичні вказівки та варіанти типово-розрахункових робіт з вищої математики. Поверхневі інтеграли. Теорія поля / Уклад.: Г.В. Журавська, І.М., Копась, Г.М. Кулик, Н.В.Рева, Н.В. Степаненко - К.: НТУУ«КПІ», 2015. 67 - с. Електронні ресурси: http://ela.kpi.ua/handle/123456789/27853
5. Івасишен С.Д. Диференціальні рівняння: методи та застосування: Навч. посібник. / С. Д. Івасишен, В. П. Лавренчук, П. П. Настасієв, І. І. Дрінь. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2010. – 288 с. – 300 пр. – ISBN 978-966-423-135-7.
6. Копась І.М. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 131 «Прикладна механіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: І. М. Копась. – Електронні текстові данні (1 файл: 2504 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 126 с.– Режим доступу: http://ela.kpi.ua/handle/123456789/23638

Допоміжна

7. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: уч. пособие. / Г. Н. Берман – 22-е изд., перераб. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 432 с.
8. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. / И. Н. Бронштейн, К. А.Семендяев– М.: Наука, 1986. – 544 с.
9. Грималюк В. П. Вища математика: У 2 ч.: Навч. посіб. / В. П. Грималюк, М. М. Кухарчук, В. В. Ясінський– К.: Віпол, 2005. – Ч. 2. – 376 с.
10. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для студентов втузов. В 2-х частях / П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова– М.: Высш. школа, 1980. – Ч. 2. – 365 с.
11. Демидовича Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу для Втузов. Под редакцией Б.П.Демидовича / Б.П.Демидович – Москва: Издательство Московского Университета, 1997.– 624 с.

12. Дороговцев А. Я. Математический анализ: Справ. пособие. / А. Я.Дороговцев – К.: Вища шк., 1985. – 527 с.
13. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач: навч. посібн. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик– К.: А.С.К., 2005.– 648 с.
14. Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу. / Г. И. Запорожец – М.: Высш. шк., 1966. – 464 с.
15. Краснов М. Л. Вся высшая математика: Учебник. Т. 2. Изд. 2-е /М. Л.Краснов, А. И.Киселев, Г. И.Макаренко, Е. В.Шикин, В. И. Заляпин– М.: Едиториал УРСС, 2004. – 192 с.
16. Ляшко И. И. Математический анализ в примерах и задачах, ч. 1. Введение в анализ, производная, интеграл. / И. И. Ляшко, А. К.Боярчук, Я. Г.Гай, Г. П. Головач– К.: Вища шк., 1975. – 680 с.
17. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. Изд. 2-е /А.Д. Мышкис. – М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1967. – 640 с.
18. Мышкис А. Д. Прикладная математика для инженеров. Специальные курсы. / А. Д. Мышкис– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 688 с.
19. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Том 1 / Н. С. Пискунов – Москва: Наука, 2001. – 416 с.
20. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Том 2 / Н. С. Пискунов – Москва: Наука, 2001. – 544 с.
21. Самойленко А. М. Дифференциальные уравнения. / А. М.Самойленко, С. А. Крывошея, Н. А.Перестюк– К.: Вища шк., 1989. – 384 с.
22. Тевяшев А.Д. Вища математика у прикладах та задачах. Ч.2. Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних: Навч. посіб. для студентів технічних вузів / А.Д. Тевяшев, О.Г. Литвин – Харків: ХТУРЕ, 2002. - 440 с.

Інформаційний ресурс

23. Журавська Г.В. Дистанційний курс “Вища математика 2. Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння” для бакалаврів 1-го курсу спеціальності 131 Прикладна механіка / Уклад.: Г. В. Журавська, Т.О. Карпалюк, І. М. Копась 29,2 Мб (44,3 ум.др.арк.)–К.: НТУУ«КПІ ім. Ігоря Сікорського», ІПО, 2022. (інформаційний ресурс (елемент) системи дистанційного навчання на базі платформи ДН «Сікорський») – Адреса розміщення: https://do.ipo.kpi.ua/course/view.php?id=4275

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Методика вивчення даної дисципліни є традиційною: на лекціях подається теоретичний матеріал та наводяться приклади розв’язування основних тематичних задач. На практичних заняттях студенти опрацьовують теоретичний та практичний матеріал, розв’язуючи задачі, подібні до розглянутих на лекціях. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються домашні завдання та індивідуальні завдання розрахункової роботи. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою різноманітних контрольних заходів: тематичні контрольні роботи, експрес-контрольні, математичні диктанти, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання СРС)
1	Основні методи інтегрування: метод безпосереднього інтегрування, метод внесення під знак диференціала, метод інтегрування частинами, метод заміни змінної. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 1.3; [15], гл. X, §§ 4,6.

2	Інтегрування виразів, що містять квадратний тричлен. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 1; [17], гл. X, § 5.
3	Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування елементарних раціональних дробів. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод окремих значень аргументу. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 1; [15], гл. XII, § 7; [20], гл. X, §§ 7-9.
4	Інтегрування ірраціональних функцій. Дробово-лінійна підстановка. Тригонометричні підстановки в інтегралах від ірраціональних функцій. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 1; [15], гл. XII, § 8; [20], гл. X, §§ 10, 13
5	Інтегрування диференціальних біномів. Підстановки Ейлера. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 1; [15], гл. XII, § 8; [20], гл. X, §§ 11.
6	Інтегрування тригонометричних функцій. Інтеграли, що не виражаються через елементарні функції. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 1; [15], гл. XII, § 9; [20], гл. X, § 12, 14.
7	Задачі, що приводять до визначеного інтеграла. Означення та умови існування визначеного інтеграла. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 2; [15], гл. XIII, §§ 1-3. Властивості визначеного інтеграла. Інтеграл із змінною верхньою межею. Методи обчислення визначених інтегралів. Формула Ньютона- Лейбніца. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 2; [15], гл. XIII, §§ 4-8.]
8	Невласні інтеграли I і II роду. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 2; [15], гл. XIV, §§ 1-2.
9	Застосування визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур та довжина дуги кривої в декартовій, полярній системі координат та коли криву задано параметрично. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 2; [15], гл. XIII, §§ 10, 11, 13.
10	Обчислення об’єму тіла, площі поверхні обертання. Застосування визначеного інтеграла до деяких задач механіки. Обчислення статичних моментів, координат центру ваги та моментів інерції. Перша і друга теореми Паппа – Гульдена. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.7, § 3; [15], гл. XIII, §§ 12, 15.
11	Поняття функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних. Частинні похідні та диференційованість функції багатьох змінних. Частинні похідні вищих порядків. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.6, §§ 1-2; [15], гл. XV, §§ 1-5.

12	Повний диференціал функції багатьох змінних та його застосування до наближених обчислень. Диференціали вищих порядків. Похідна складеної функції. Повна похідна. Інваріантність форми повного диференціала. Диференціювання неявної функції. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.6, §§ 2; [15], гл. XV, §§ 6-10.
13	Дотична площина та нормаль до поверхні. Геометричний зміст диференціала функції двох змінних. Формула Тейлора для функції двох змінних. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.6, § 3; [15], гл. XV, §§ 11-14.
14	Локальні екстремуми функції двох змінних. Найбільше і найменше значення функції двох змінних. Умовний екстремум. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Формула Тейлора для функції двох змінних. Умовний екстремум. Рекомендована література: [2], гл.6, § 3; [15], гл. XV, § 15.
15	Означення подвійного інтеграла, умови його існування та властивості. Геометричний та фізичний зміст. Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 1; [20], гл. XIV, §§ 1-3.
16	Заміна змінних у подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл у полярних координатах. Застосування подвійного інтеграла до задач геометрії та механіки. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 1; [20], гл. XIV, §§ 4-10.
17	Означення потрійного інтеграла, умови його існування та властивості. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 2; [20], гл. XIV, §§ 11, 12.
18	Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндрична та сферична система координат. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній та сферичній системах координат. Застосування потрійного інтеграла до задач геометрії та механіки. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 2; [20], гл. XIV, §§ 13-15.
19	Поняття криволінійного інтеграла першого роду (по довжині дуги). Обчислення та застосування криволінійних інтегралів першого роду. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 3; [20], гл. XV, §§ 1, 2.
20	Поняття криволінійного інтеграла другого роду (по координатах), його фізичний зміст. Обчислення та застосування криволінійних інтегралів другого роду. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 3; [20], гл. XV, §§ 1,2.
21	Зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Первісна функція. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 3; [20], гл. XV, §§ 3-4.
22	Поверхневі інтеграли першого роду: означення, умови існування, властивості, обчислення. Деякі застосування поверхневого інтеграла першого роду. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 4; [20], гл. XV, §§ 5, 6.

23	Поверхневі інтеграли другого роду: означення, умови існування, властивості, обчислення. Зв'язок між поверхневими інтегралами першого і другого роду. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 4; [20], гл. XV, §§ 5, 6.
24	Формула Остроградського – Гауса. Формула Стокса. Деякі застосування поверхневого інтеграла другого роду. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.10, § 4; [20], гл. XV, §§ 7, 8.
25	Основні поняття теорії поля: скалярне, векторне, стаціонарне, плоске поле. Приклади та знаходження різних полів. Скалярне поле. Поверхні та лінії рівня. Похідна за напрямком. Градієнт скалярного поля та його властивості. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [17], гл. XII, § 1.
26	Векторне поле. Векторні лінії поля. Потік векторного поля. Поняття дивергенції векторного поля. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [17], гл. XVI, §6.
27	Поняття циркуляції та ротора векторного поля. Теорема Остроградського-Гауса. Теорема Стокса. Векторне формулювання цих теорем. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [17], гл. XVI, §6.
28	Оператор Гамільтона. Диференціальні операції першого порядку. Правила дій. Інтегральні формули. Диференціальні операції другого порядку. Спеціальні типи полів та їх властивості. Потенціальні поля. Соленоїдальні поля. Гармонічні поля. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [17], гл. XV, § 9.
29	Диференціальні рівняння. Загальні поняття та означення. Задача Коші. Геометричний зміст диференціального рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.8, § 1.
30	Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння, які зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.8, § 1.
31	Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.8, § 2.
32	Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку. Лінійно залежні та незалежні системи функцій. Визначник Вронського. Поняття фундаментальної системи розв'язків. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n – го порядку. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.8, § 3.
33	Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Загальний розв'язок. Лінійні однорідні диференціальні

	рівняння n – го порядку із сталими коефіцієнтами. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.8, § 4.
34	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння. Метод варіації довільних сталих (метод Лагранжа). Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.8, §§ 3-4.
35	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n – го порядку із сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.8, §4.
36	Системи диференціальних рівнянь: основні поняття та означення. Нормальні системи рівнянь. Системи лінійних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Рекомендована література: [2], гл.8, §6.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання СРС)
1	Основні методи інтегрування. Метод внесення під знак диференціала. Інтегрування частинами. Метод заміни змінної.
2	Інтегрування виразів, що містять квадратний тричлен.
3	Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування елементарних раціональних дробів. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод окремих значень аргументу.
4	Інтегрування ірраціональних функцій. Дробово-лінійна підстановка. Тригонометричні підстановки в інтегралах від ірраціональних функцій.
5	Інтегрування диференціальних біномів. Підстановки Ейлера.
6	Інтегрування тригонометричних функцій.
7	Визначений інтеграл. Його властивості та обчислення. Формула Ньютона-Лейбниця. Методи обчислення визначених інтегралів.
8	Невласні інтеграли I роду. Обчислення за означенням. Ознаки збіжності.
9	Невласні інтеграли II роду. Обчислення за означенням. Ознаки збіжності.
10	Застосування визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур та довжина дуги кривої в декартовій, полярній системі координат та коли криву задано параметрично. Обчислення об'єму тіла, площі поверхні обертання. Застосування визначеного інтеграла до деяких задач механіки. Обчислення статичних моментів, координат центру ваги та моментів інерції.
11	Контрольна робота – 1.
12	Поняття функції багатьох змінних. Область визначення, границя функції, неперервність у точці. Лінії ті поверхні рівня. Диференційовність функції багатьох змінних. Частинні похідні та повні диференціали 1-го та 2-го порядків.
13	Похідна складеної функції. Повна похідна. Диференціювання неявної функції.

14	Застосування частинних похідних. Застосування повного диференціалу до наближених обчислень. Дотична площина та нормаль до поверхні.
15	Локальні екстремуми функції двох змінних. Найбільше і найменше значення функції двох змінних. (45 хв.) Завдання на СРС: Формула Тейлора для функції двох змінних. Умовний екстремум. Рекомендована література: [2], гл.6, § 3; [15], гл. XV, §§ 14-15. Контрольна робота – 2. (45 хв.)
16	Подвійний інтеграл. Обчислення подвійного інтеграла у декартових координатах. Зміна порядку інтегрування.
17	Заміна змінних у подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл у полярних координатах.
18	Застосування подвійного інтеграла до задач геометрії та механіки.
19	Потрійний інтеграл. Обчислення потрійного інтеграла у декартових координатах. Застосування потрійного інтеграла до задач геометрії та механіки.
20	Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла у циліндричних та сферичних координатах.
21	Застосування потрійного інтеграла до задач геометрії та механіки. (45 хв.) Контрольна робота – 3. (45 хв.)
22	Криволінійний інтеграл першого роду. Властивості та обчислення. Криволінійний інтеграл другого роду. Властивості та обчислення. Застосування криволінійних інтегралів першого та другого роду.
23	Зв’язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Первісна функція.
24	Поверхневі інтеграли першого роду. Властивості та обчислення. Поверхневі інтеграли другого роду. Властивості та обчислення. Зв’язок між поверхневими інтегралами першого і другого роду.
25	Формула Остроградського – Гауса. Формула Стокса. Деякі застосування поверхневих інтегралів першого та другого роду. Завдання на СРС: Деякі застосування поверхневих інтегралів першого та другого роду. Рекомендована література:[2], гл.10, § 4; [5], гл. XV, § 5-8.
26	Основні поняття теорії поля. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Градієнт скалярного поля.
27	Векторне поле. Потік векторного поля. Поняття дивергенції, ротора. Теорема Остроградського-Гауса. Векторне формулювання теореми.
28	Векторне поле. Поняття циркуляції. Теорема Стокса. Векторне формулювання теореми. (45 хв.) Контрольна робота – 4. (45 хв.)
29	Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння.
30	Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.
31	Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.
32	Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків із сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.

33	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною (продовження).
34	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків із сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих (метод Лагранжа).
35	Системи лінійних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.
36	Контрольна робота – 5.

6. Самостійна робота студента

На самостійну роботу студента (СРС) відводиться 111 година навчального часу.

До СРС відносяться: опрацювання лекцій, підготовка до аудиторних занять, виконанням домашніх завдань (61 год.), підготовка до контрольних робіт (10 год.), виконанням завдань розрахункової роботи (10 год.), підготовка до іспиту (30 год.). На СРС також виноситься самостійне опрацювання деяких тем навчальної дисципліни.

Самостійна робота

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
Розділ7.Диференціальне числення функцій багатьох змінних		
1	Формула Тейлора для функції двох змінних. Умовний екстремум. Рекомендована література: [2], гл.6, § 3; [15], гл. XV, §§ 14-15.	2

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн з використанням засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять онлайн повинно бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Система вимог, які викладач ставить перед студентом та РСО результатів навчання оголошуються студентам на першому занятті.

Відвідування занять

Відсутність на лекціях та на практичних заняттях не карається штрафними балами, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються уміння й навички, необхідні для виконання практичних завдань, семестрової індивідуальної роботи та успішного написання МКР.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і педагогічних працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, тестування, МКР, розрахункова робота.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання

1. Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів, з них 60 балів складає стартова шкала. Стартовий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, що студент отримує за:

– роботу на практичних заняттях (36 занять);
– виконання тематичних контрольних робіт (5 робіт);
– виконання розрахункової роботи.

2. Критерії нарахування балів:

2.1. Робота на практичних заняттях може включати усне чи письмове опитування для перевірки знань теоретичного матеріалу; розв'язування практичних задач біля дошки чи невеликі за часом письмові роботи для перевірки вміння студента застосувати теоретичні знання до розв'язання прикладних задач. Робота оцінюється в

– **1 бал** при точній відповіді на поставлене запитання, правильному записі формул, вмінні застосувати необхідні методи, формули для розв'язання практичної задачі;

– **0,5 бала** при нечіткому формулюванні основних теоретичних положень, формул або розв'язанні задачі з допомогою викладача;

– **0 балів** при незнанні формул, теорем та нездатності застосувати їх до розв'язання поставлених задач;

– штрафний (-1) бал нараховується за систематичне невиконання домашніх завдань (за кожне невиконане завдання);

– одному або двом активним студентам на практичному занятті може додаватися заохочувальний 1 бал.

Ваговий бал – 1. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 1 бал×20=20 балів.

У випадку дистанційного навчання бали за роботу на практичних заняттях нараховуються за виконання студентами протягом семестру тестів у Moodle на базі платформи Сікорський.

2.2. Модульна контрольна робота (МКР):

Згідно з навчальним планом в третьому семестрі заплановано проведення модульної контрольної роботи, яка розбивається на дві тематичні контрольні роботи тривалістю по дві акад. години: ваговий бал кожної – 6, та три тематичні контрольні роботи тривалістю по одній акад. годині: ваговий бал кожної – 4. Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює: (6 балів × 2)+(4 бали × 3)= 24 балів.

Види робіт	Max балів
Тематична контрольна робота №1	
на тему: "Інтегральне числення функції однієї змінної", 2 год.	6
Тематична контрольна робота №2	
на тему: "Диференціальне числення функції багатьох змінних," 1 год.	4
Тематична контрольна робота №3	
на тему: "Кратні інтеграли", 1 год.	4
Тематична контрольна робота №4	
на тему: "Криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля", 1 год.	4
Тематична контрольна робота №5	
на тему: "Диференціальні рівняння", 2 год.	6

Система оцінювання контрольної роботи:
– «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) — 6 балів, чи 4 бали, відповідно, для двогодинної та одногодинної робіт.

– «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями— 4-5 балів, чи 3 бали, відповідно, для двогодинної та одногодинної робіт.

– «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки — 3 бали, чи 2 бали, відповідно, для двогодинної та одногодинної робіт.

– «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідає вимогам попереднього пункту) — 0-2 бали, чи 0-1 бал, відповідно, для двогодинної та одногодинної робіт.

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала писатися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom або Skype (або іншої, в залежності від домовленості з викладачем).

Студентам висилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати написаний розв'язок задач. Якщо розв'язок від студента не надіслано вчасно, вважається що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів.

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

2.3. Виконання розрахункової роботи.

Максимальна кількість балів за виконану розрахункову роботу – 16 балів.

- виконані та захищені (студент може розв'язати будь-яке завдання зі своєї розрахункової роботи або аналогічне завдання) всі завдання з урахуванням вимог до роботи, можливі незначні недоліки при оформленні результату — 14-16 балів;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки — 9-13 балів;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки — 5-8 балів;
- завдання не виконано або допущено грубі помилки, роботу не зараховано — 0-4 бали.

Студент має вчасно здавати завдання розрахункової роботи на перевірку, термін здачі частин розрахункової роботи визначається викладачем. Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше останнього заняття семестру. У разі порушення цього дедлайну студент вважається не допущеним до екзамену основної сесії. У подальшому студент для отримання допуску до екзамену додаткової сесії може здати та захистити свою розрахункову роботу тільки на мінімальну позитивну оцінку.

У випадку дистанційного навчання виконання розрахункової роботи перевіряється за висланими фотографіями написаної роботи на електронну пошту викладача (або іншу платформу, в залежності від домовленості з викладачем).

3. **Умовою позитивного семестрового контролю є** отримання як мінімум 50-ти відсотків від максимально можливої кількості балів на момент контролю.

4. Умовою допуску до екзамену є зарахування розрахункової роботи та стартовий рейтинг не менше 36 балів.

5. На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожне завдання містить два теоретичних питання і три практичних, які оцінюються у 8 балів за наступними критеріями.

Система оцінювання теоретичних питань:

– «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) — 8 балів;

- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або незначні неточності — 6-7 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та деякі помилки — 5 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь — 0 балів.

Система оцінювання практичних питань:

– «відмінно», повне безпомилкове розв'язування завдання — 8 балів;
– «добре», повне розв'язування завдання з несуттєвими неточностями — 6-7 балів;
– «задовільно», завдання виконане з певними недоліками — 5 балів;
– «незадовільно», завдання не виконано — 0 балів.

Під час екзамену, забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

6. Сума стартових балів та балів за екзаменаційну контрольну роботу переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

Бали: практичні заняття + МКР + розрахункова робота + + екзаменаційна контрольна робота	Оцінка
100…95	Відмінно
94…85	Дуже добре
84…75	Добре
74…65	Задовільно
64…60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу, або стартовий рейтинг менше 36 балів	Не допущено

У випадку дистанційного навчання за рішенням викладача передбачена можливість виставлення екзаменаційної оцінки «автоматом» (за згодою студента) шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D},$$

де $R_C = 60$ балів - максимальна сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру,
R_I - сума балів, набрана студентом протягом семестру (індивідуальний рейтинг студента),
$R_D = 36$ балів - допусковий бал до екзамену.

У разі незгоди студента з оцінкою «автоматом», студент складає іспит в режимі відео зв'язку згідно з розкладом екзаменаційної сесії.

Якщо індивідуальний рейтинг студента $R_I < 36$ балів і він вважається не допущеним до екзамену основної сесії, то, у випадку зарахованої розрахункової роботи, студенту надається можливість отримання допуску до екзамену додаткової сесії, шляхом проведення додаткових контрольних заходів.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

доцент, канд. фіз.-мат. наук, доцент Копась Інна Миколаївна

доцент, канд. фіз.-мат. наук, доцент Карпалюк Тамара Олексіївна

Ухвалено:

кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь (протокол № 9 від 14.12.2024 р.)

Погоджено:

Методичною комісією механіко-машинобудівного факультету

(протокол №5 від 20.12.2024 р.)